

22, 23 y 24 de Octubre de 2008. El Escorial (Madrid)

Cuarta reunión de la red temática Dance

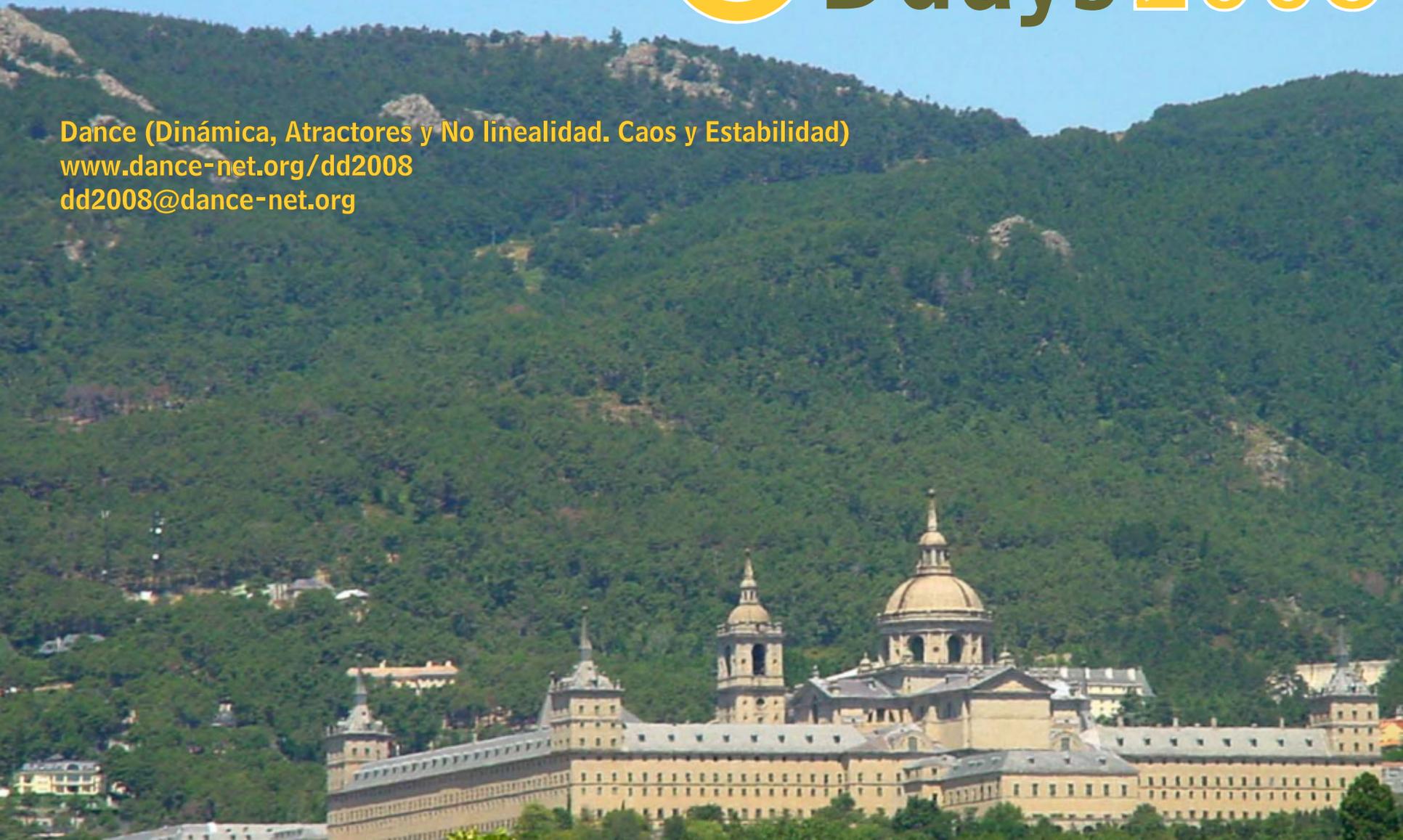
The logo for Ddays 2008 features a stylized lowercase 'd' in yellow with a white outline. The 'd' is composed of a vertical bar on the right and a circular shape on the left. Inside the circle, there are two concentric circles: an outer one in yellow and an inner one in white. To the right of the 'd', the word 'Ddays' is written in a bold, dark grey sans-serif font, and '2008' is written in a yellow sans-serif font with a white outline.

Ddays 2008

Dance (Dinámica, Atractores y No linealidad. Caos y Estabilidad)

www.dance-net.org/dd2008

dd2008@dance-net.org



Cálculo y mejora de órbitas de planetas menores del Sistema Solar

Oscar Arratia

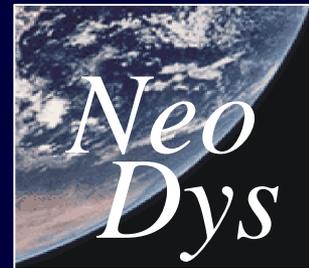
Universidad de Valladolid

María Eugenia Sansaturio

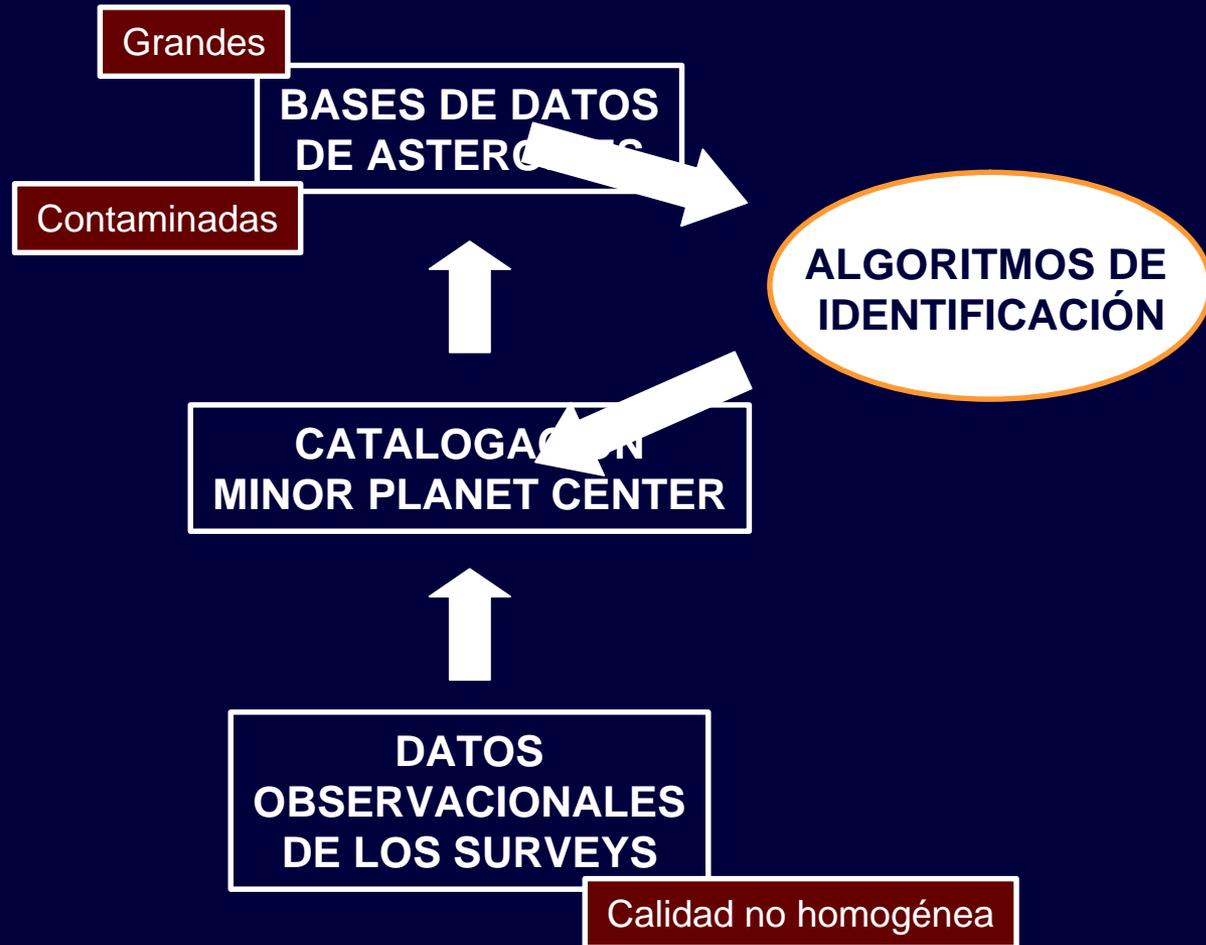
Universidad de Valladolid



UVa



INTRODUCCIÓN

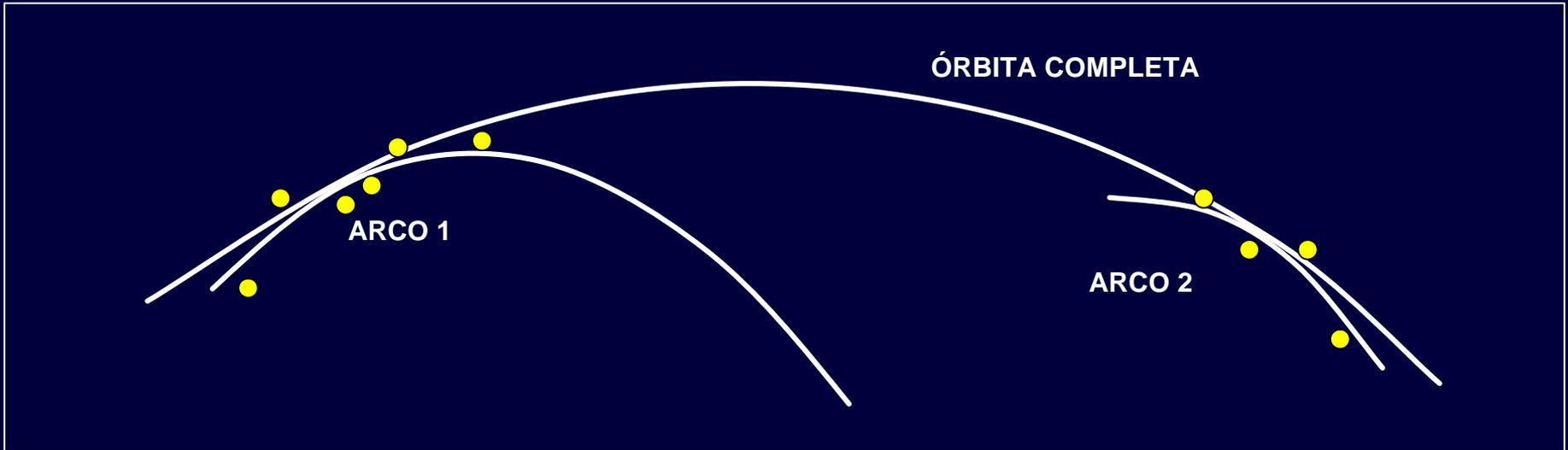


ESQUEMA

- # **Métodos de identificación de solución única**
 - **Identificación de órbitas**
 - **Atribución de observaciones**
 - **Procedimientos recursivos**
 - **Atribuciones de ONS**
- # **Métodos de identificación de soluciones múltiples**
 - **El algoritmo de múltiples soluciones**
 - **Test comparativo**
- # **Conclusiones**

MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE SOLUCIÓN ÚNICA

EL PROBLEMA DE IDENTIFICACIÓN DE ÓRBITAS - VISIÓN GENERAL



Arco 1 $Q_1(X) = Q_1(X_1) + \frac{1}{m_1}(X - X_1)^T C_1(X - X_1) + \dots = Q_1^* + \Delta Q_1$

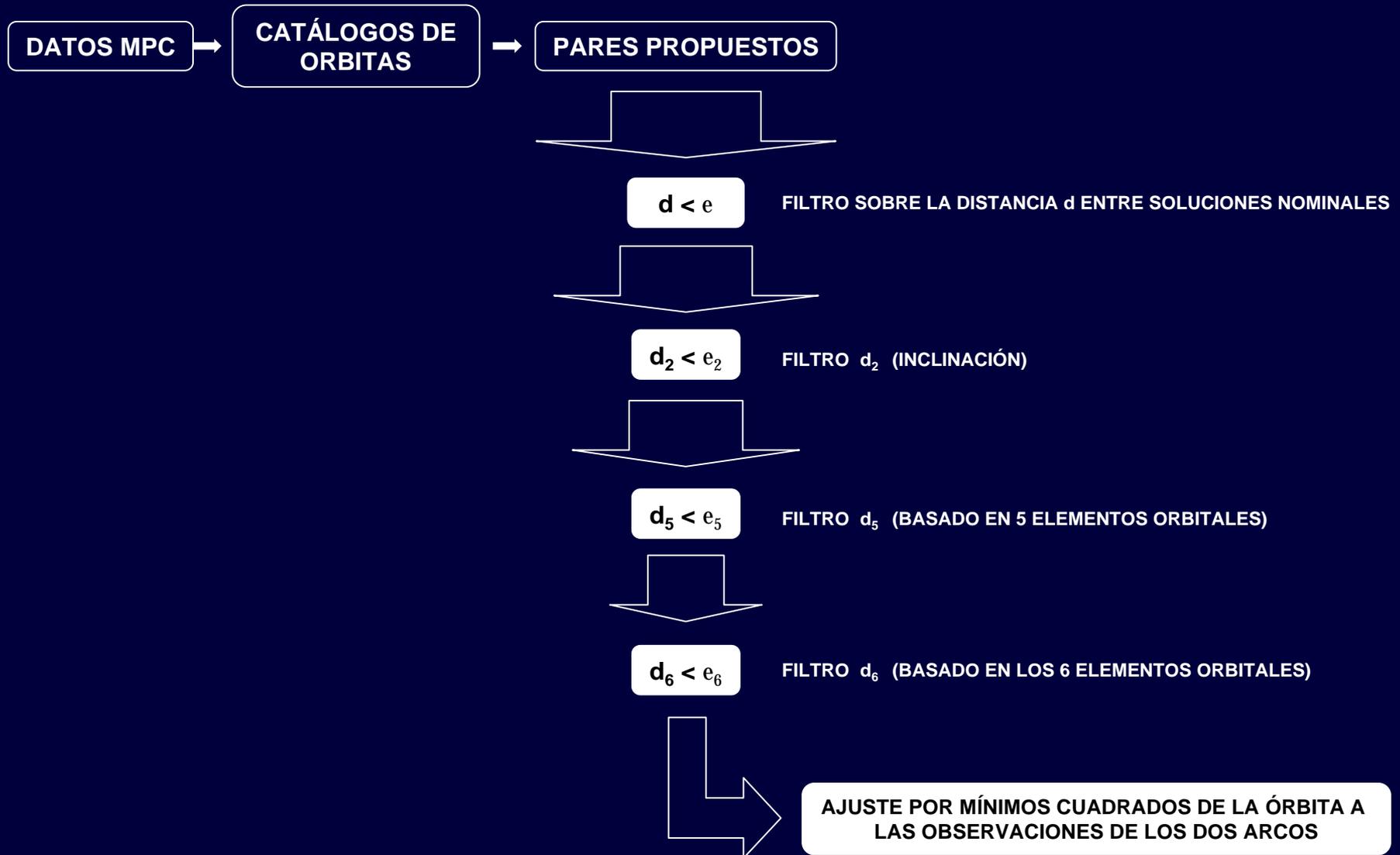
Arco 2 $Q_2(X) = Q_2(X_2) + \frac{1}{m_2}(X - X_2)^T C_2(X - X_2) + \dots = Q_2^* + \Delta Q_2$

$Q = \frac{1}{m}(m_1 Q_1 + m_2 Q_2) = Q^* + \frac{c^2}{m}$ **Órbita completa**

La aproximación lineal

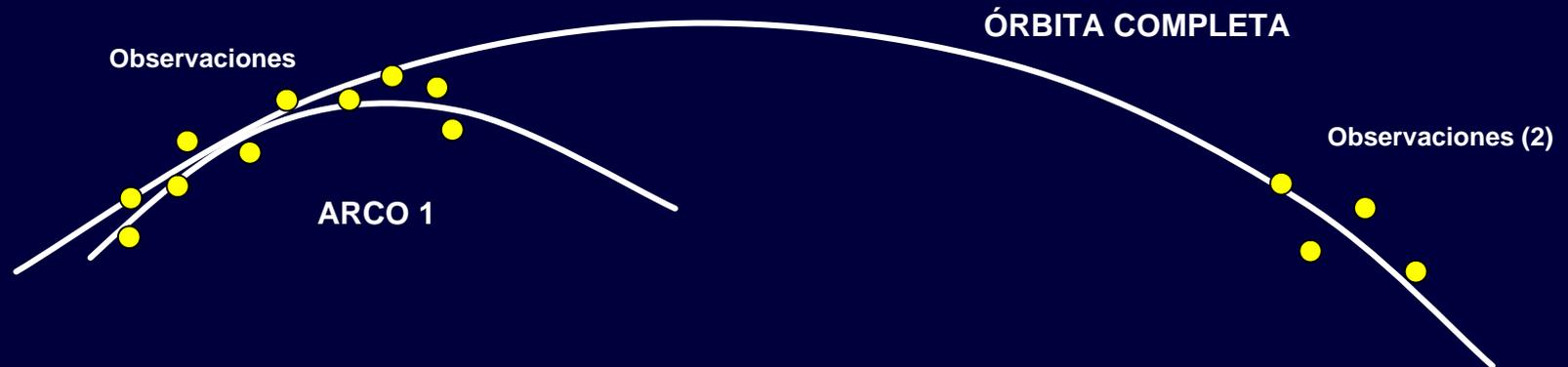
$$\left. \begin{aligned} c^2 &= (X - X_1)^T C_1(X - X_1) + (X - X_2)^T C_2(X - X_2) \\ c^2 &= (X - X_0)^T C_0(X - X_0) + K \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} C_0 &= C_1 + C_2 \\ X_0 &= C_0^{-1}(C_1 X_1 + C_2 X_2) \\ K &= \Delta X^T C \Delta X \end{aligned} \right. \left[\begin{aligned} C &= C_1 - C_1 C_0^{-1} C_1 \\ \Delta X &= X_2 - X_1 \end{aligned} \right]$$

EL PROBLEMA DE IDENTIFICACIÓN DE ÓRBITAS - EL PROCEDIMIENTO



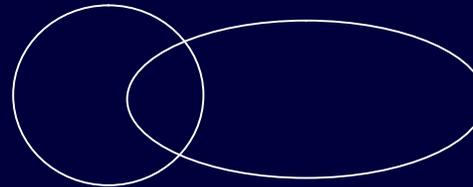
EL PROBLEMA DE ATRIBUCIÓN DE OBSERVACIONES - VISIÓN GENERAL

¿PERTENCE EL CONJUNTO DE OBSERVACIONES (2) A LA ÓRBITA CALCULADA PARA EL ASTEROIDE EN EL ARCO 1?



IDEA SUBYACENTE:

FOOTPRINT DE
LA OBSERVACIÓN
EN EL CIELO



INCERTIDUMBRE DE
LA PREDICIÓN DE
OBSERVACIÓN

TAMBIÉN SE COMPRUEBAN LOS FOOTPRINT EN EL ESPACIO DE MOVIMIENTO APARENTE.
¿HAY SOLAPAMIENTO EN AMBOS ESPACIOS?

SI

SE INTENTA AJUSTAR UNA ÓRBITA Y SE COMPRUEBAN LOS RESIDUALES

EL PROBLEMA DE ATRIBUCIÓN DE OBSERVACIONES - EL PROCEDIMIENTO



$$d < 1.5^\circ$$

FILTRO SOBRE LA DISTANCIA EN LA ESFERA CELESTE.
(ÓRBITA PROPAGADA A LA ÉPOCA "APROXIMADA" DEL ATRIBUIBLE)

$$s < e$$

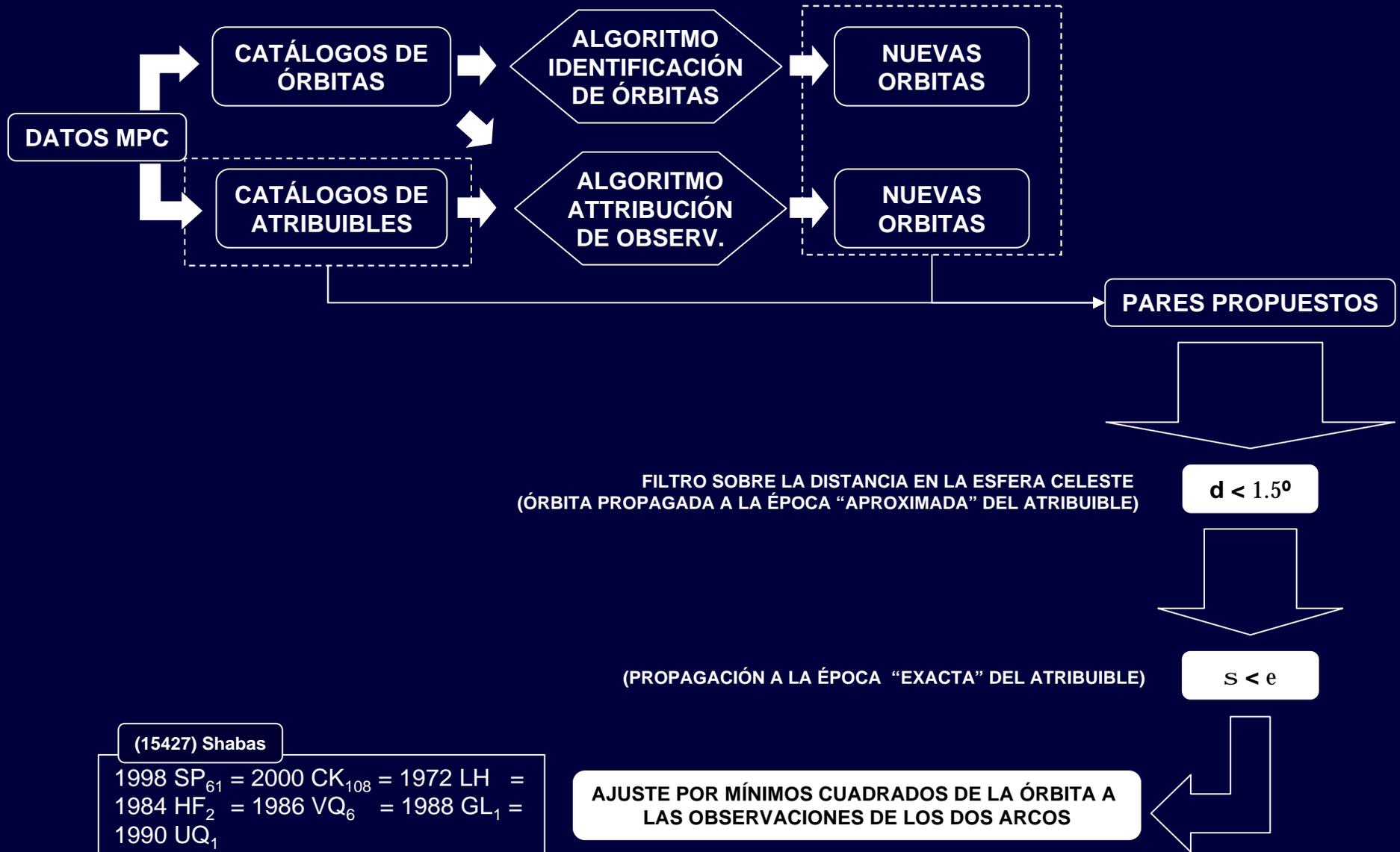
(PROPAGACIÓN A LA ÉPOCA "EXACTA" DEL ATRIBUIBLE)

AJUSTE POR MÍNIMOS CUADRADOS DE LA ÓRBITA A LAS OBSERVACIONES DE LOS DOS ARCOS

ATRIBUIBLE

- t_m = tiempo medio de las obs.
- $(\alpha(t_m), \delta(t_m))$ = posición en t_m
- $(\dot{\alpha}(t_m), \dot{\delta}(t_m))$ = mov. prop. en t_m
- $t_r = k \Delta t$ (k entero, Δt fijo)
- $(\alpha(t_r), \delta(t_r))$ = posición en t_r

INTERACCIÓN DE ALGORITMOS - EL PROCEDIMIENTO RECURSIVO



RESULTADOS GLOBALES

	Atribuciones	Atribuciones a atribuciones	Identificación de órbitas	Atribuciones a ident. órbitas	TOTAL
Enviadas	4976	433	5070	638	11117
Publicadas	4509	400	4587	627	10123

RESULTADOS DE ATRIBUCIONES

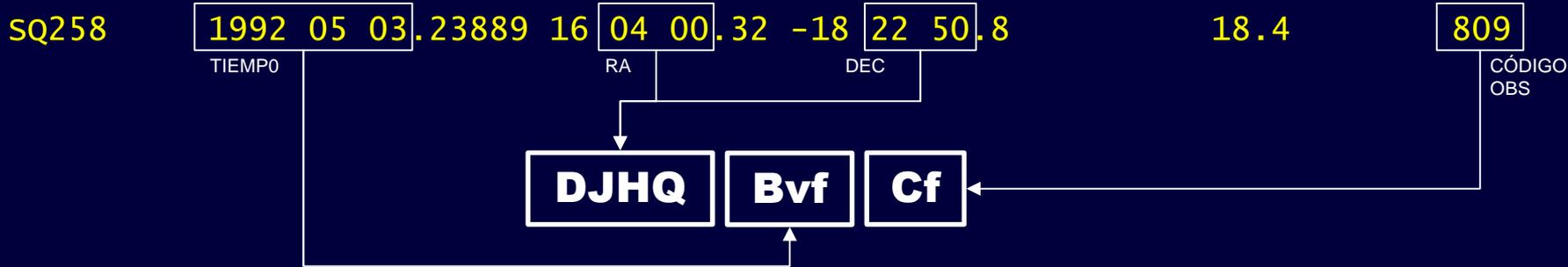
	Atribuciones de ONS	Atribuciones de varias noches	TOTAL
Enviadas	2344	3065	5409
Publicadas	1963	2949	4912
Pendientes	95	26	121

Atribuciones a objetos numerados : + 200

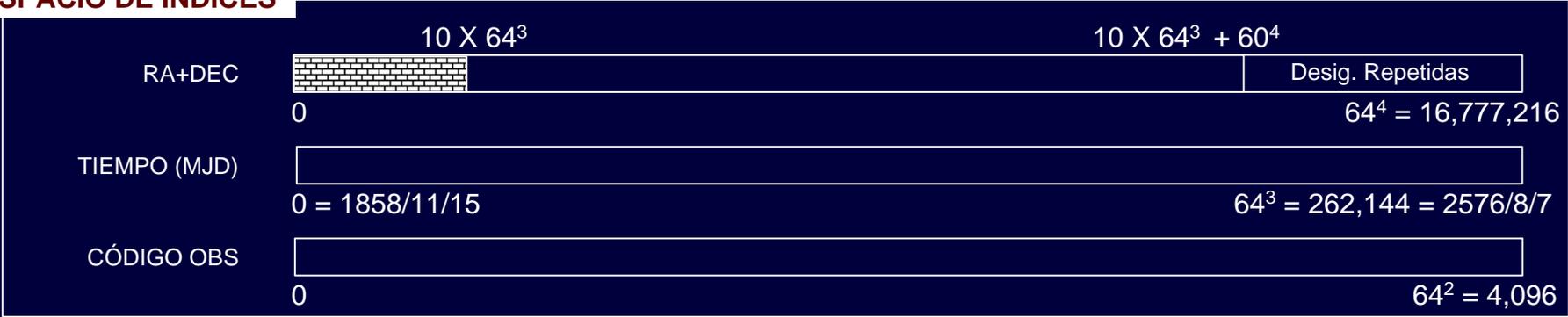
PROCESAMIENTO DE ONS

Fichero de ONS (Fuente: MPC)

H2075	1992	05	04.00148	17	57	56.75	-13	39	48.2	16.0	3	095
H2076	1992	05	04.00148	17	40	37.83	-11	35	19.8	16.0	3	095
H2086	1992	05	03.93551	15	46	09.67	-07	32	37.0	16.5	3	095
SQ258	1992	05	03.23889	16	04	00.32	-18	22	50.8	18.4		809
SQ258	1992	05	03.25208	16	03	59.64	-18	22	52.2			809
SQ258	1992	05	03.26528	16	03	59.10	-18	22	52.0			809



ESPACIO DE INDICES



ATRIBUCIONES DE ONS

RESULTADOS GLOBALES - Atribuciones

A NEAs conocidos A objetos multi-oposición A objetos...

70

1168

(3200) Phaethon, 1998 SE₃₅, 1998 VN, 1999 FN₁₉, 1999 NA₅,
 2001 NE₁₃, 2001 YP₃, 2002 AJ₆₉, 2003 BC₂₁, 2003 HA₂₂, 2003 MX₂,
 2003 MA₃, 2003 HN, 2002 RH₅₂, 2003 UC₂₀, 2003 RM₁₀, 2003 SS₈₄,
 2003 SV₁₅₉, 1998 SZ₁₄, 1999 FN₁₉, 2000 JQ₃, 2001 SJ₂₆₂, 2001 TA₄₅,
 2002 CX₅₈, 2002PE₁₃₀, 2002 TY₅₇, 2003 WP₂₅, 2003 WW₈₇,
 2004 HE₁₂, 2004 HO, **2004 JW₆**, 2004 LZ₁₁, 1998 QB₂₈, 2000 RD₃₄,
 2001 US₁₆, 2002 JN₉₇, 2004 QU₂₄, **2004 TU₁₂** (6611), (85770),
 2004 JN₂, 2004 RC₁₁, 2006 UP, **2007 HX₃**, 2007 RR₁₂, 2007 TW₆₈,
2008 AL₃₃, 2008 CQ₁, 2008 EZ₅, 2008 HA₃₈

2004 TU

2007 HX₃

8 días

1434 días

Se eliminan todos
los VIs asociados

Ddays - 2008

M.P.E.C. 2004-K30

Issued 2004 May 20, 19:26 UT

M.P.E.C. 2008-J65

Issued 2008 May 12, 19:10 UT

The Minor Planet Electronic Circulars contain information on unusual minor planets and routine data on comets. They are published on behalf of Commission 20 of the International Astronomical Union by the Minor Planet Center, Smithsonian Astrophysical Observatory, Cambridge, MA 02138, U.S.A.

Prepared using the [Tamkin Foundation Computer Network](#)

MPC@CFA.HARVARD.EDU

URL <http://www.cfa.harvard.edu/iau/mpc.html> ISSN 1523-6714

2008 AL33

Revision to [MPEC 2008-B06](#)

Additional Observations:

K08A33L 1c2004 02 26.40792 12 14 58.36 +00 27 35.0	21.1 R	EJ065695
K08A33L 1c2004 02 26.48487 12 15 00.26 +00 26 46.6		EJ065695
K08A33L c2004 03 23.27085 12 17 26.54 -02 31 04.1	21.8 V	EJ065291
K08A33L c2004 03 23.29401 12 17 26.13 -02 31 10.1	21.8 V	EJ065291
K08A33L c2004 03 23.31709 12 17 25.69 -02 31 15.9	22.0 V	EJ065291

Observer details:

291 LPL/Spacewatch II. Observer A. S. Descour. **Located by M. E. Sansaturio.**
 1.8-m Spacewatch telescope.
 695 Kitt Peak. Observers M. W. Buie, D. E. Trilling. Measurers M. W. Buie, L. H. Wasserman, R. L. Millis, J. R. Lovering, D. E. Trilling, G. C. Panova. Located by M. E. Sansaturio. 4-m telescope + CCD.

Orbital elements:

2008 AL33				Earth MOID = 0.2541 AU	
Epoch 2008 May 14.0 TT = JDT 2454600.5				MPC	
M	22.05127	(2000.0)	P	Q	
n	0.24417308	Peri.	142.57901	-0.77671712	
a	2.5351531	Node	358.38125	+0.57030750	
e	0.5107949	Incl.	1.73571	+0.26731978	
P	4.04	H	22.7	G	0.15
				U	1

Residuals in seconds of arc

040226	695	0.1-	0.1+	080116	H55	0.5+	0.0	080127	H55	0.7+	0.1+
040226	695	0.2-	0.0	080116	H55	0.3+	0.1-	080130	291	0.6+	0.3+
040323	291	0.2+	0.2+	080116	682	0.1-	0.9+	080130	291	0.3+	1.1+
040323	291	0.2+	0.1-	080116	682	(0.5-	2.1-)	080130	291	0.0	0.0
040323	291	0.2-	0.1-	080117	291	0.7-	0.4+	080210	G96	0.6+	0.5-
080115	333	0.0	0.6+	080117	291	0.5-	0.0	080210	G96	0.2-	0.2-
080115	333	0.1-	0.2+	080117	291	0.0	0.2+	080210	G96	0.2+	0.1-
080115	333	0.1+	0.0	080118	291	0.1-	0.1+	080210	G96	0.0	0.6-
080115	333	0.9+	0.4-	080118	291	0.3-	0.0	080228	691	0.2-	0.1-
080115	333	0.9+	0.4+	080118	291	0.1+	0.1+	080228	691	0.4+	0.2+
080116	G96	1.4+	0.0	080118	691	0.4-	1.0-	080228	691	0.2+	0.1-
080116	G96	0.6+	0.1+	080118	691	0.2-	0.3-	080301	691	0.2+	0.5+
080116	G96	0.2+	0.0	080118	691	0.4-	0.7-	080301	691	0.4-	0.2-
080116	291	0.7+	0.1+	080118	691	0.3+	0.3-	080301	691	0.8-	0.4-
080116	G96	0.6+	0.1+	080118	691	0.6-	0.1+	080304	691	0.3+	0.2-
080116	291	1.0-	0.6-	080118	691	0.3+	0.1+	080306	691	0.2-	0.1+
080116	291	0.2+	0.4+	080127	H55	0.5+	0.4+				
080116	H55	0.5+	0.0	080127	H55	0.6+	0.1+				

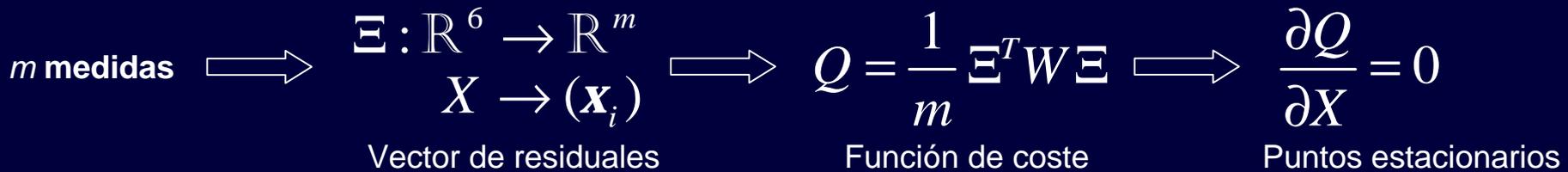
MÉTODOS DE IDENTIFICACIÓN DE SOLUCIONES MÚLTIPLES

LA LINEA DE VARIACIONES (LOV)

$$B = \frac{\partial \Xi}{\partial X} \quad D = -B^T W \Xi$$

$$\frac{\partial Q}{\partial X} = \frac{2}{m} \Xi^T W B$$

La solución nominal



Newton

$$\Delta X = [C^N]^{-1} D$$

$$C^N = B^T W B + \Xi^T W \frac{\partial B}{\partial X}$$

Si converge

Correcciones diferenciales

$$\Delta X = C^{-1} D$$

$$C = B^T W B$$



X^*
Solución nominal

El elipsoide de confianza

Órbita nominal X^*

$$Q(X) = Q(X^*) + \Delta Q(X)$$

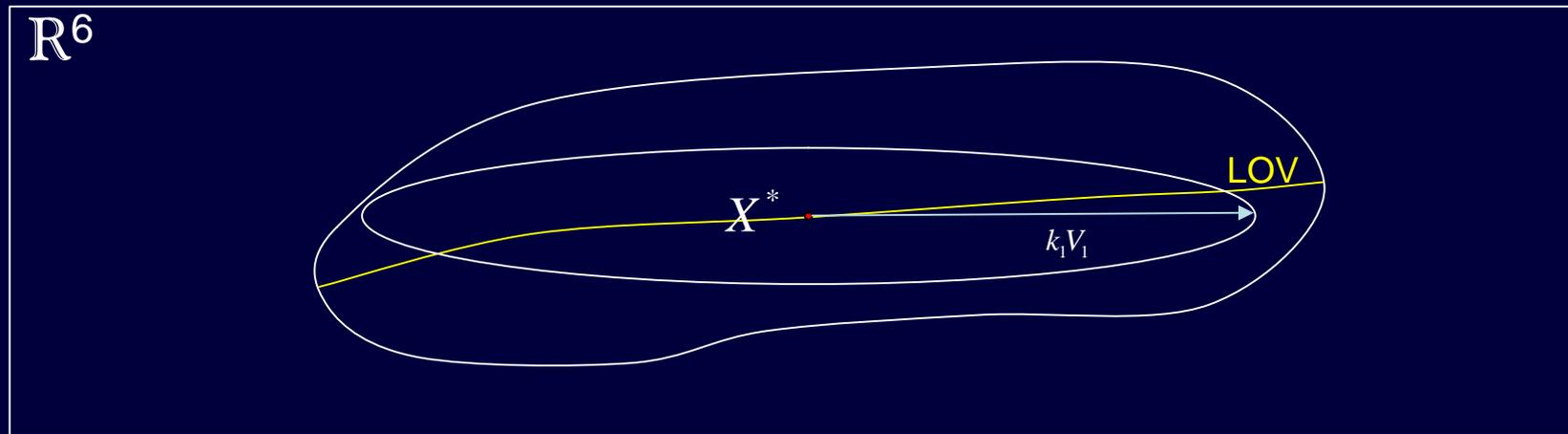
Región de confianza

$$Z(c) = \left\{ X \mid \Delta Q(X) \leq \frac{c^2}{m} \right\}$$

$$\Delta Q(X) = \frac{1}{m} \Delta X^T C \Delta X + \dots$$

$$Z_L(c) = \left\{ X \mid \Delta X^T C(X^*) \Delta X \leq c^2 \right\}$$

Elipsoide de confianza



$$C(X^*)V_1 = I_1 V_1 \quad \|V_1\|_2 = 1$$

$$I_1 = \min s(C(X^*)) \quad k_1 = \frac{1}{\sqrt{I_1}}$$

Dirección “débil”

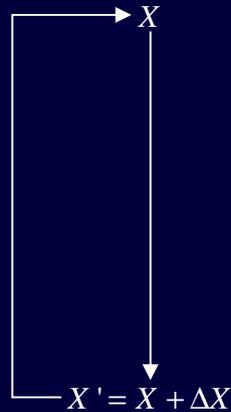
$$\Rightarrow F(X) = k_1(X)V_1(X) \Rightarrow$$

Línea de Variaciones
(LOV)

$$\frac{dX}{ds} = F(X)$$

$$X(0) = X^*$$

CORRECCIONES DIFERENCIALES CONSTREÑIDAS



Hiperplano ortogonal $H(X) = \{Y \mid (Y - X) \cdot V_1(X)\}$

$$D_H = -B_H^T W \Xi \quad C_H = B_H^T W B_H$$

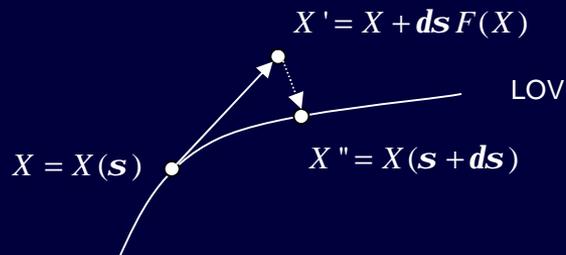
$$\Delta H = C_H^{-1} D_H$$

$$\Delta X = i(\Delta H)$$

Si el método converge a \bar{X} : $D_H(\bar{X}) = 0 \Rightarrow D(\bar{X}) \parallel V_1(\bar{X})$

$$\text{LOV} = \{X \mid D(X) \parallel V_1(X)\}$$

MUESTREO Y PARAMETRIZACIÓN DE LA LOV



Si existe X^*

$$c = \sqrt{m(Q(X'') - Q(X^*))}$$

$$s_Q = \pm c$$

RESULTADOS DE LOS TESTS DE IDENTIFICACIÓN

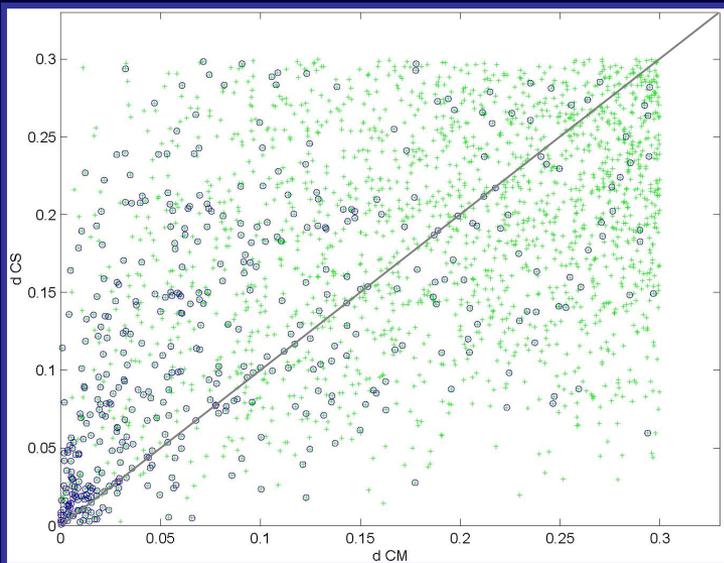
	Nominal Simple (NS)	Constreñido Simple (CS)	Constreñido Multiple (CM)
Pares propuestos	3.956.522	6.535.286	70.834.326
Identificaciones propuestas	1006	3041	10849
Identificaciones publicadas	305	549	1449

IDS. PROPUESTAS	Sólo en CS	Sólo en CM	En CS & CM	TOTAL
Total	817	8625	2224	11666
No en NS	760	8388	1583	10721
1C	527	3697	916	5140
2C	96	512	114	722

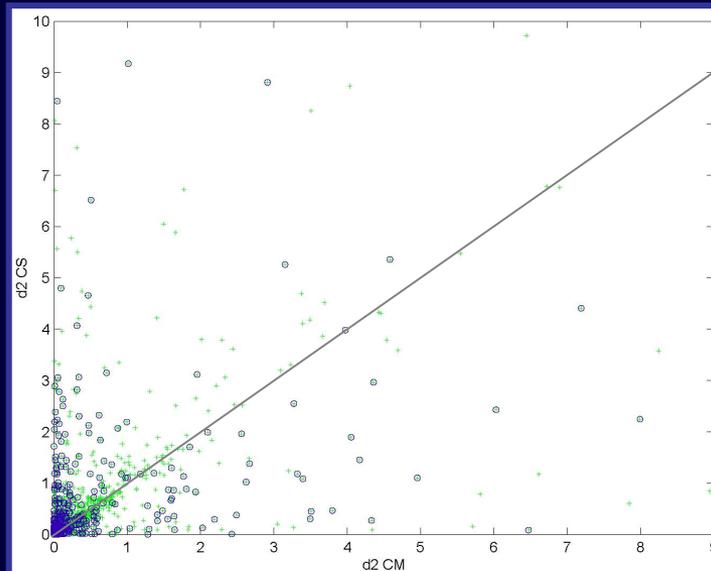
IDS. PUBLICADAS	Sólo en CS	Sólo en CM	En CS & CM	TOTAL
Total	41	941	508	1490
No en NS	34	907	248	1189
1C	23	307	114	444
2C	1	30	5	36
Acreditadas	19	531	203	753

COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LAS MÉTRICAS

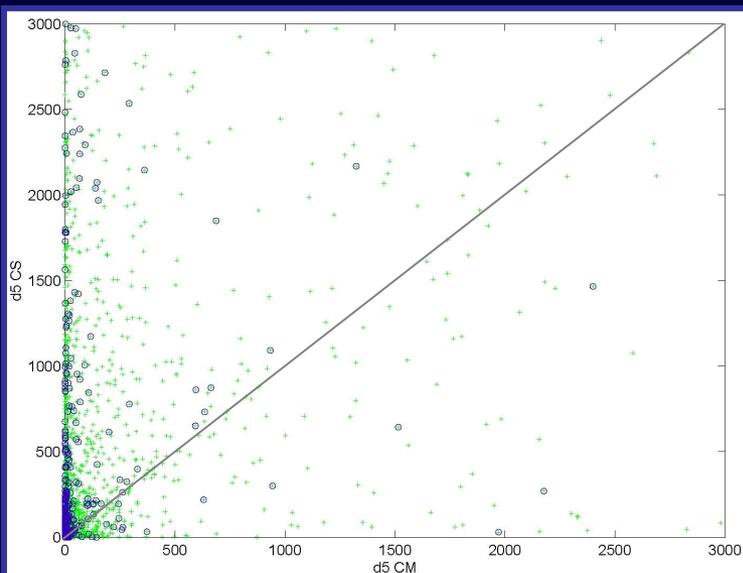
d



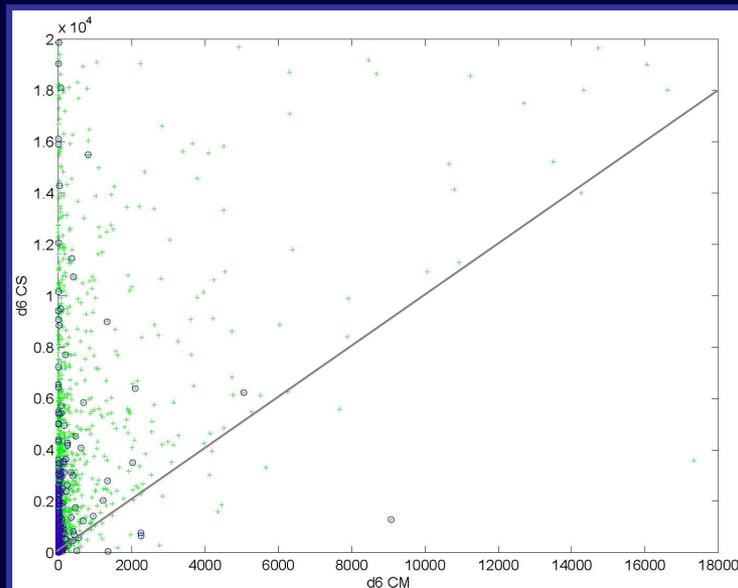
d_2



d_5



d_6



CONCLUSIONES

- **Tanto el método de identificación de órbitas como el de atribución de observaciones constituyen poderosas herramientas para encontrar identificaciones.**
- **El método de correcciones diferenciales constreñidas mejora considerablemente el proceso de determinación orbital.**
- **El algoritmo de soluciones múltiples disminuye considerablemente la no linealidad del problema de identificación de asteroides.**