

22, 23 y 24 de Octubre de 2008. El Escorial (Madrid)

Cuarta reunión de la red temática Dance

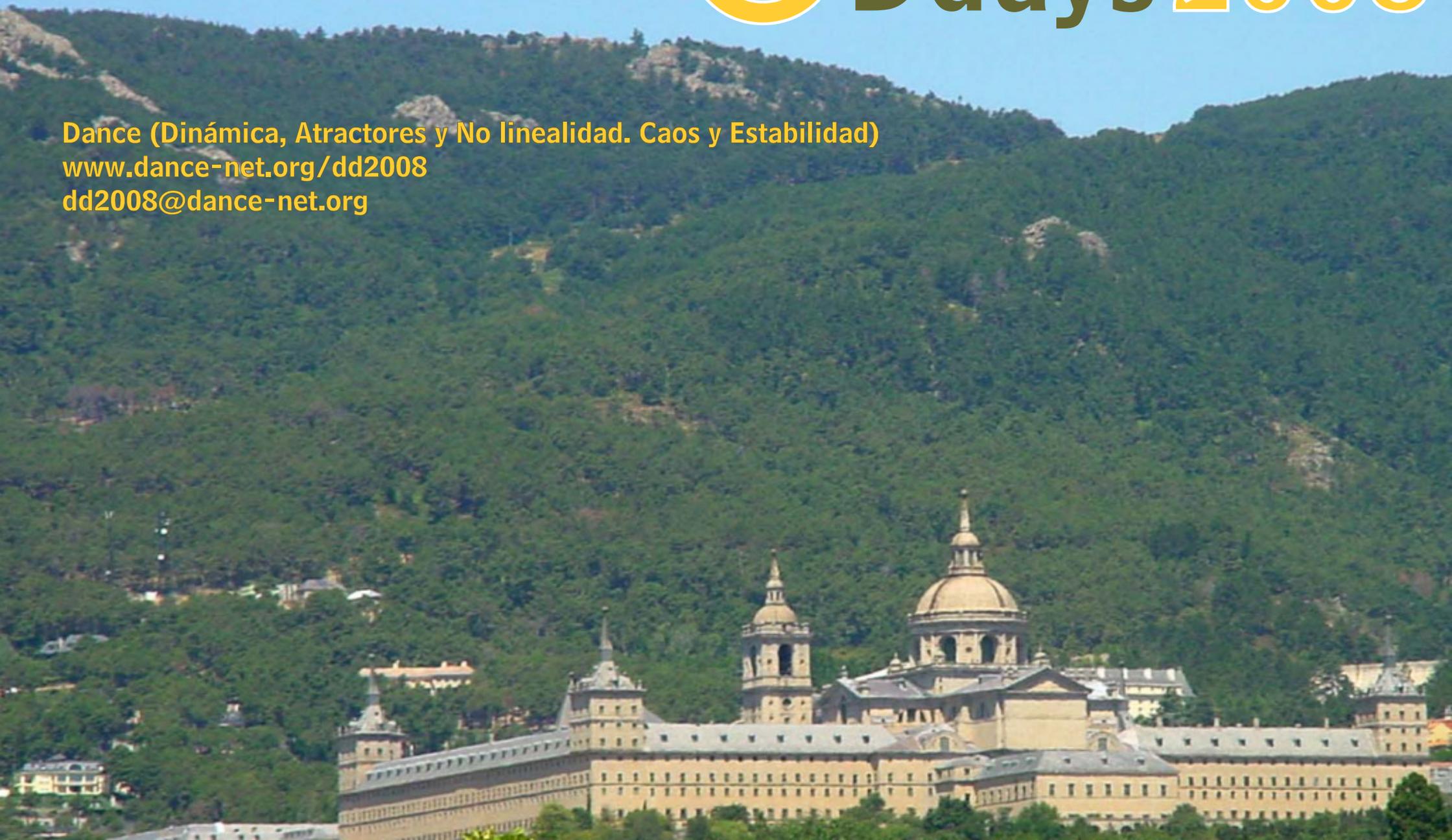
The logo for Ddays 2008 features a stylized lowercase 'd' in yellow with a white outline. The 'd' is composed of a vertical bar on the right and a circular shape on the left. Inside the circle, there are two concentric white circles, creating a target-like effect. To the right of the 'd', the word 'Ddays' is written in a bold, dark grey sans-serif font, and '2008' is written in a yellow sans-serif font with a white outline.

Ddays 2008

Dance (Dinámica, Atractores y No linealidad. Caos y Estabilidad)

www.dance-net.org/dd2008

dd2008@dance-net.org



Cráteres lunares y movimiento de cuerpos menores en el entorno Tierra-Luna

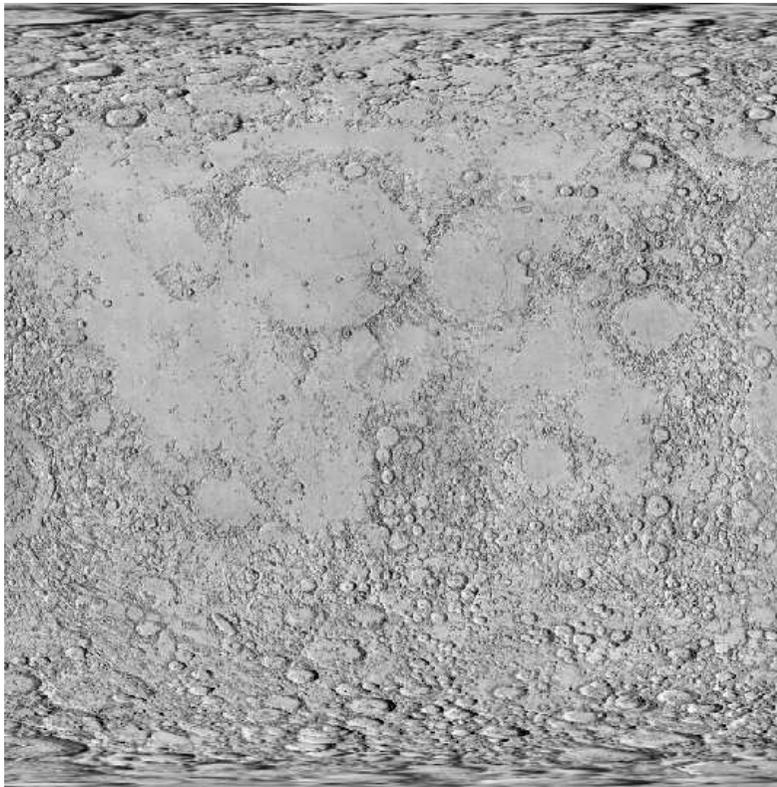
Elisa Maria Alessi^{*}, Gerard Gómez^{*} & Josep J. Masdemont[§]

^{*} IEEC & Dpt. Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Universitat de Barcelona

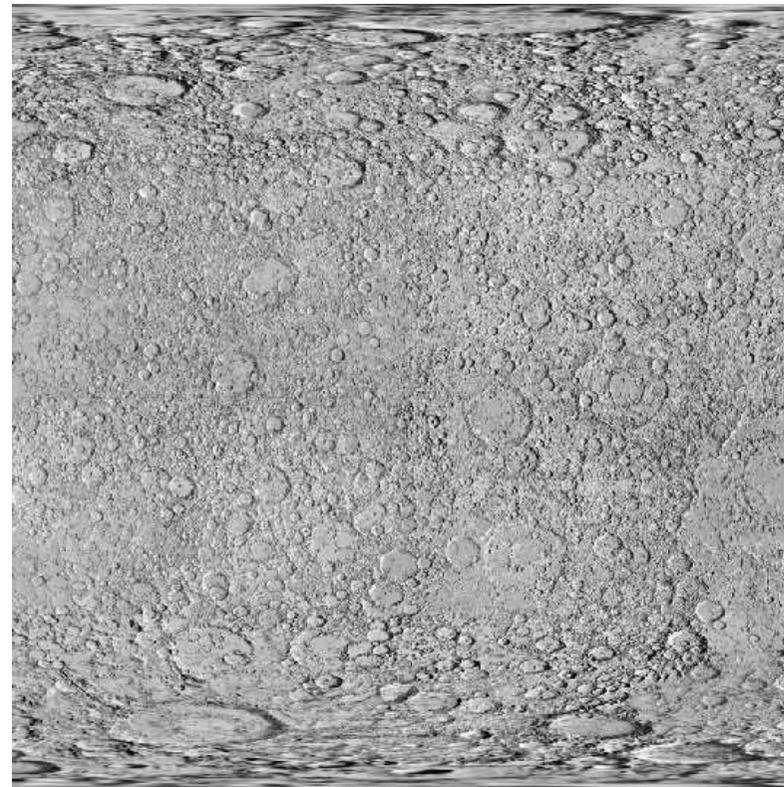
[§] IEEC & Dpt. Matemàtica Aplicada I, Universitat Politècnica de Catalunya

Motivación

Los cráteres de la Luna son cráteres de impacto:



cara visible



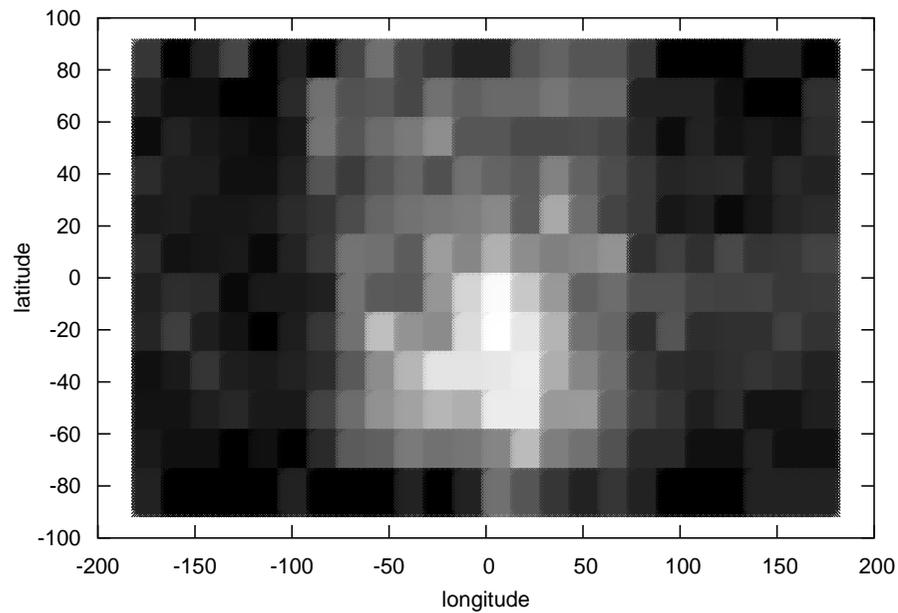
cara oculta

Motivación

- *¿Qué tipo de cuerpos los han formado?*
- *¿Qué tipo de trayectorias han llevado estos cuerpos allí?*
- *¿La Luna protege a la Tierra?*
- *¿A qué se debe la supuesta asimetría de impacto entre la cara visible y la cara oculta?*
- *¿Podemos extender consideraciones para la Luna a otros planetas/satélites terrestres?*

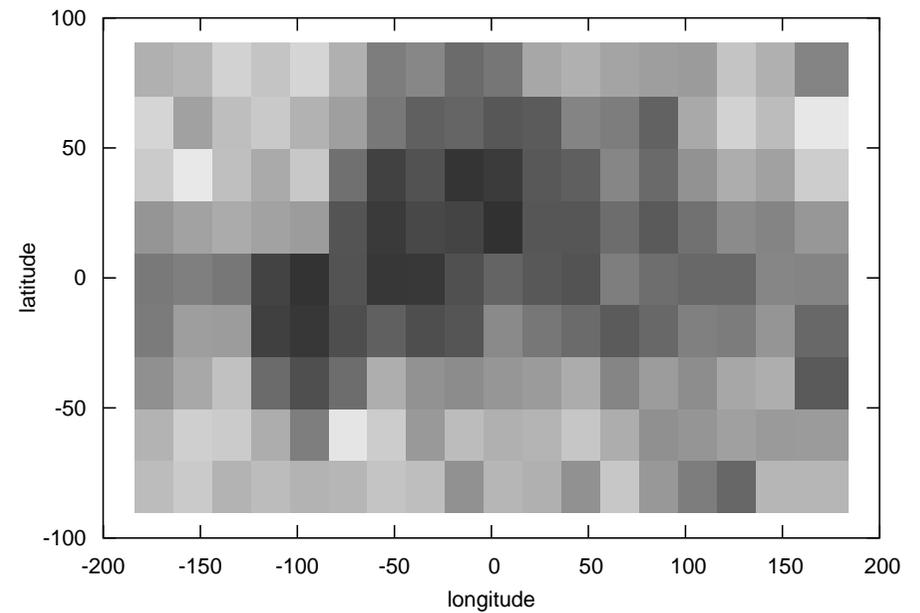
State of the art: catálogo de cráteres

Gazetteer of Planetary Nomenclature



catálogo oficial

The Clementine Atlas of the Moon



nuestro cómputo

State of the Art: diámetro-número-edad

Gracias a misiones lunares, podemos comparar superficies de distintas edades para detectar variaciones espaciales y temporales del flujo de los proyectiles.

- *Size-Frequency Distribution (SFD) de cráteres lunares permite estimar la SFD de los proyectiles.*
- *La mayoría de los cráteres lunares se han formado entre hace 3 y 4 Ga: flujo proyectiles constante en los últimos 3 Ga.*
- *SFD de los proyectiles permite reproducir SFD de cráteres en otros planetas terrestres.*

*G. Neukum, B.A. Ivanov and W.K. Hartmann: 2001, Cratering Records in the Inner Solar System in relation to the Lunar Reference System, *Chronology and Evolution of Mars* **96**, 55–86.*

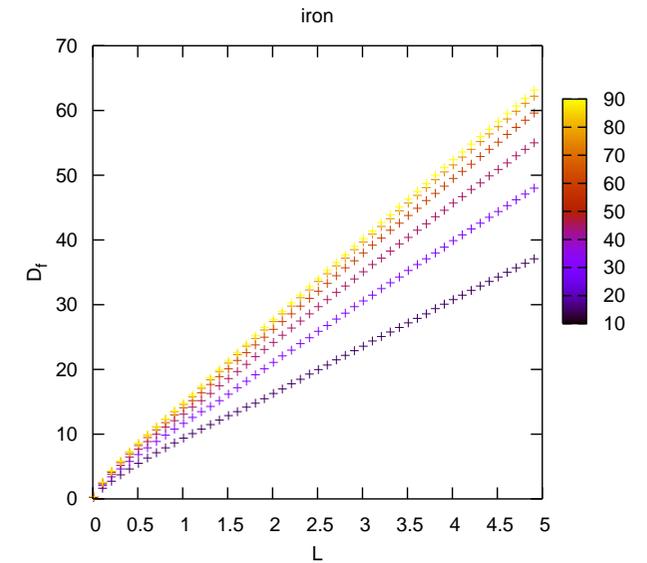
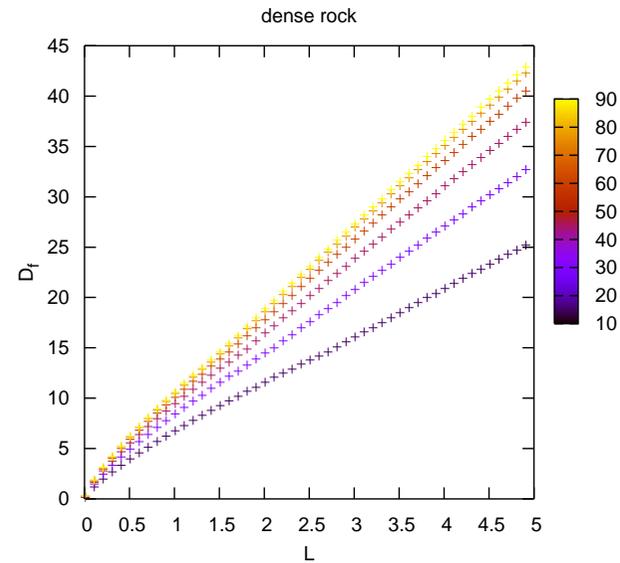
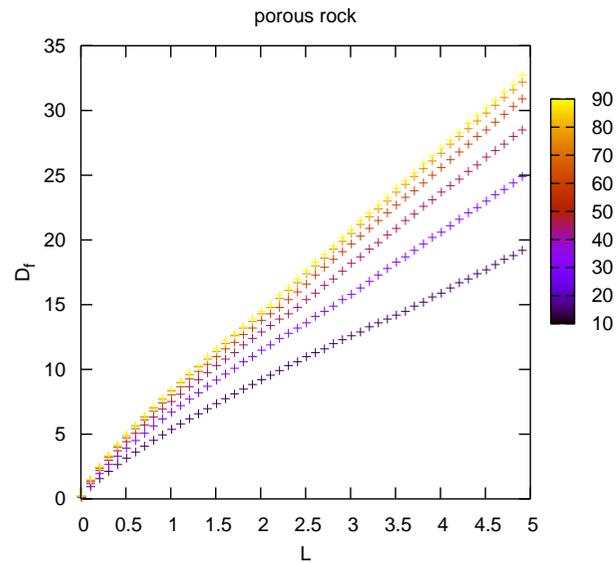
State of the art: scaling laws

No existe una teoría que explique de manera exhaustiva la formación de un cráter. Lo que se hace es extrapolar los datos experimentales a través de unas ‘scaling laws’.

H.J. Melosh: 1999, Impact Cratering, Oxford University Press, New York.

- *Luna: $\rho_t = 3340 \text{ kg/m}^3$, $g = 1.62 \text{ m/s}^2$.*
- *Velocidad de impacto: $v = 2.4 \text{ km/s}$.*
- *Otros factores: ángulo de impacto, diámetro proyectil, densidad proyectil.*

State of the art: posibles cráteres



State of the Art: proyectiles

- *Asteroides del Cinturón Principal son los responsables primarios de los impactos.*
- *Varios tipos de resonancias causan el escape de asteroides desde el Cinturón Principal:*
 - * *resonancia 3 : 1 de movimiento medio con Júpiter;*
 - * *resonancias de movimiento medio con Marte;*
 - * *resonancia ν_6 .*

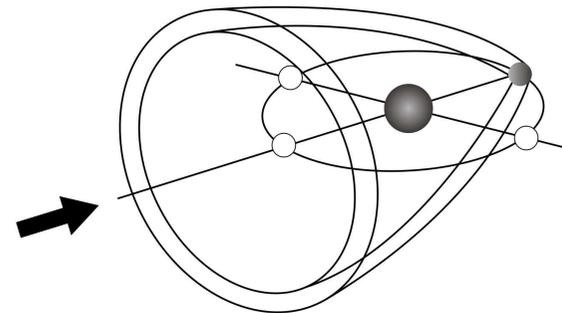
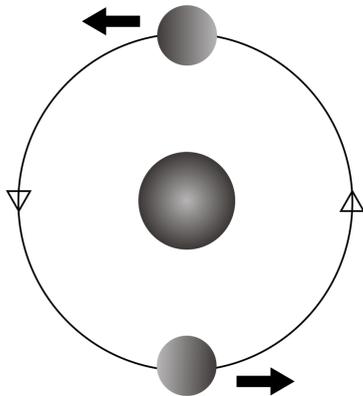
W.F. Bottke, A. Morbidelli et al.: 2002, Debiased Orbital and Absolute Magnitude Distribution of the Near Earth Objects, Icarus 156, 399–433.

... y muchos más...

State of the art: asimetrías de impactos en la Luna

Causas de asimetrías:

- *la ‘cabeza’ de la Luna intercepta más proyectiles que la cola;*
- *campo gravitacional de la Tierra actúa como lente enfocadora.*
- *velocidad relativa Luna-asteroide.*



State of the art: asimetrías de impactos en la Luna

Efectos:

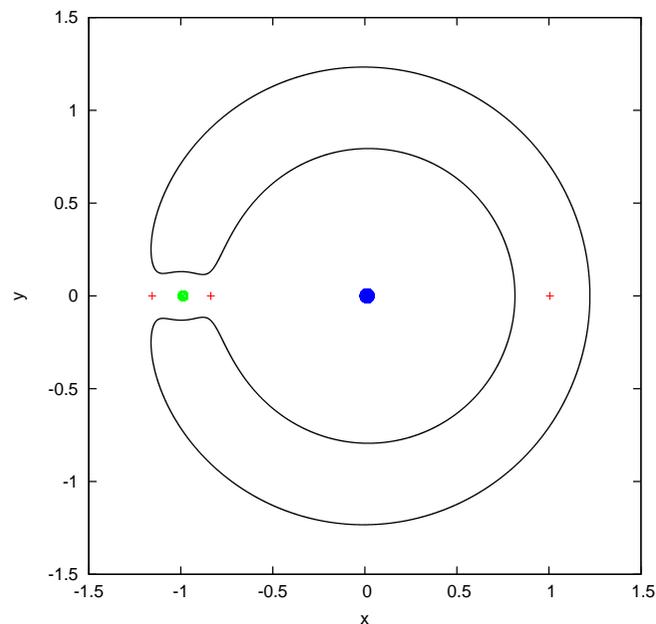
- *La tasa de impactos es máxima en el ápice; mínima en el antiápice.*
- *La tasa de impactos es 4 veces más grande en la cara visible.*
- *Débil asimetría en la Luna debido a la baja velocidad orbital de la Luna y a la alta velocidad de impacto de los asteroides.*

*M. Le Feuvre and M.A. Wieczorek: 2005, The asymmetric cratering history of the Moon, *Lunar and Planetary Science Conference XXXVI*.*

*T. Morota and M. Furumoto: 2003, Asymmetrical distribution of rayed craters on the Moon, *Earth and Planetary Science Letters* **206**, 315–323.*

Nuestra idea

Tomamos como primera aproximación del problema el RTBP, asumiendo niveles de energía para los cuales el asteroide puede llegar a la Tierra sólo a través de la boca alrededor de la Luna:



RTBP

Ecuaciones:

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = x - \frac{(1-\mu)}{r_1^3}(x-\mu) - \frac{\mu}{r_2^3}(x+1-\mu),$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} = y - \frac{(1-\mu)}{r_1^3}y - \frac{\mu}{r_2^3}y,$$

$$\ddot{z} = -\frac{(1-\mu)}{r_1^3}z - \frac{\mu}{r_2^3}z,$$

Integral de Jacobi:

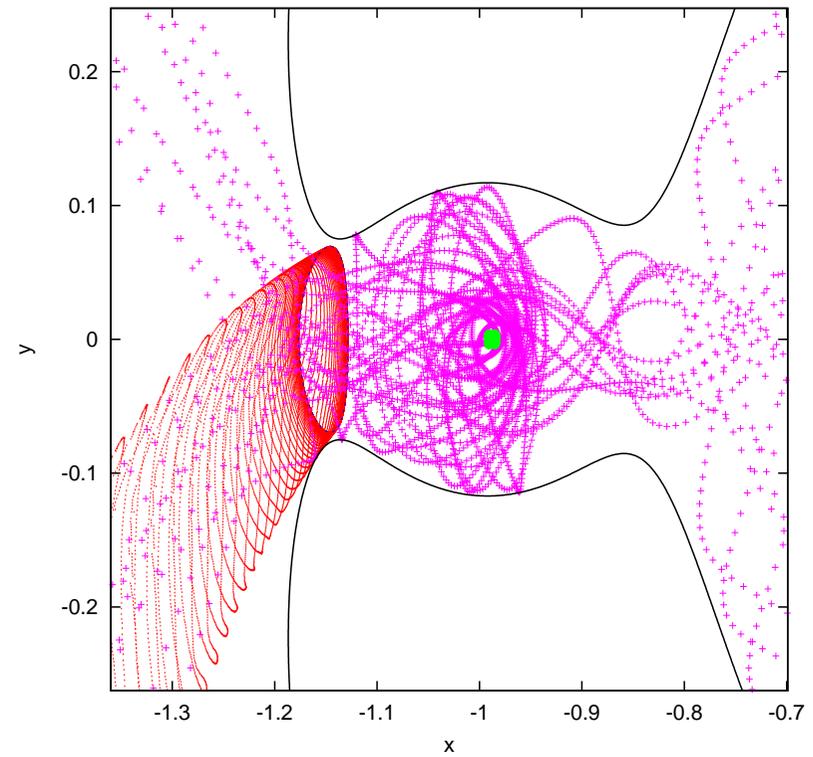
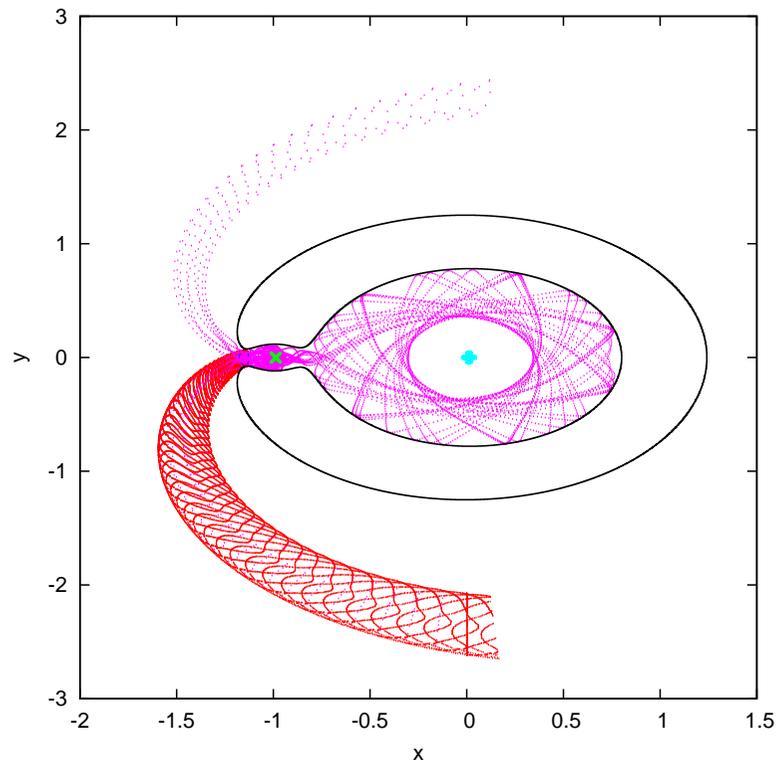
$$C = (x^2 + y^2) + 2\frac{1-\mu}{r_1} + 2\frac{\mu}{r_2} + (1-\mu)\mu - (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2).$$

RTBP: metodología

Queremos construir ‘ciclo de supervivencia’ para asteroides que se acercan al entorno Tierra-Luna.

- $C_3 < C < C_2$
- *Canal natural de entrada: variedad estable asociada a L_2 .*
- *Buscamos órbitas de tránsito, tomando como referencia órbitas planas de Lyapunov.*
- *Asumimos órbitas de tránsito igualmente distribuidas en la rama de la variedad estable considerada.*

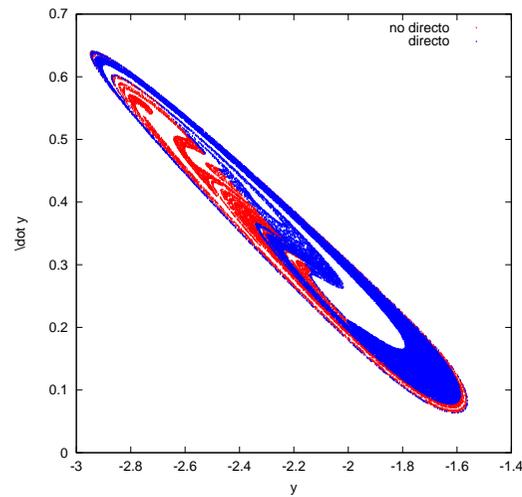
RTBP: metodología



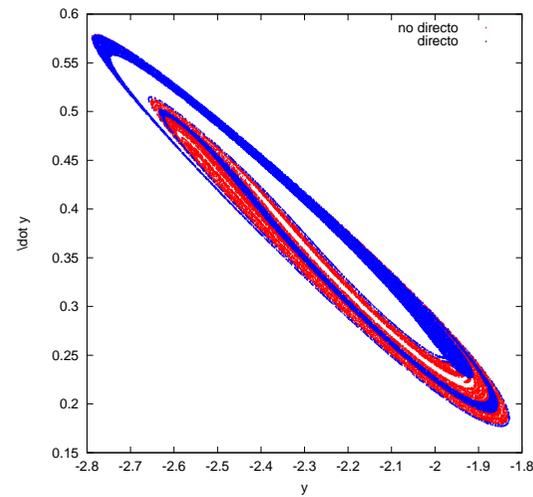
RTBP: metodología

- *Propagamos la rama de la variedad estable hacia atrás en el tiempo hasta la sección $x = 0$.*
- *Condiciones iniciales para trayectorias de tránsito: puntos aleatorios dentro curva así encontrada.*
- *Integración numérica hacia adelante hasta que la partícula impacte con la Luna o se escape.*
- *Distinguimos entre impactos directos y no directos.*

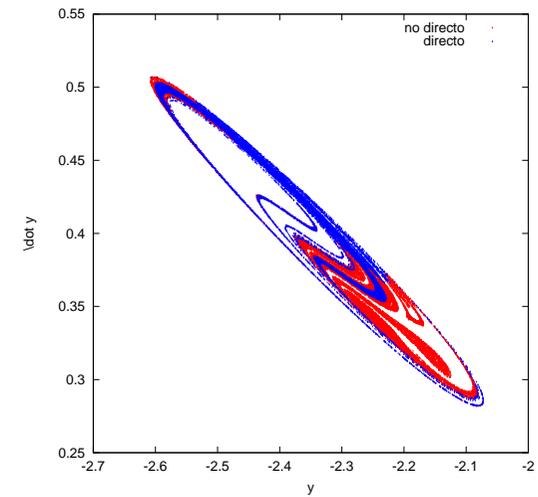
RTBP: estructura en sección de Poincaré



$$C = 3.104202$$



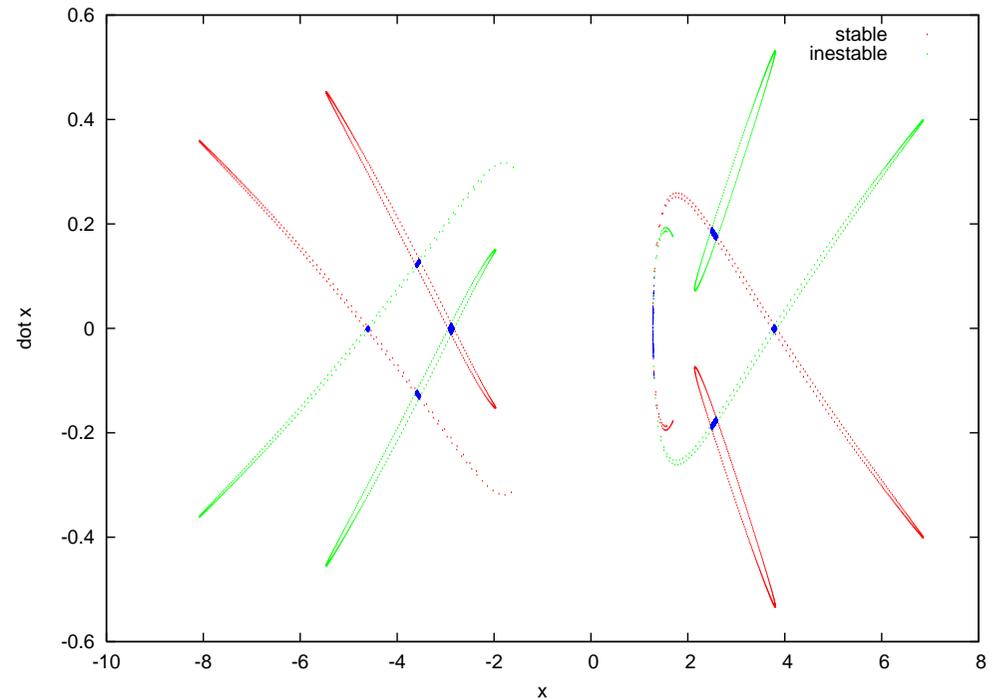
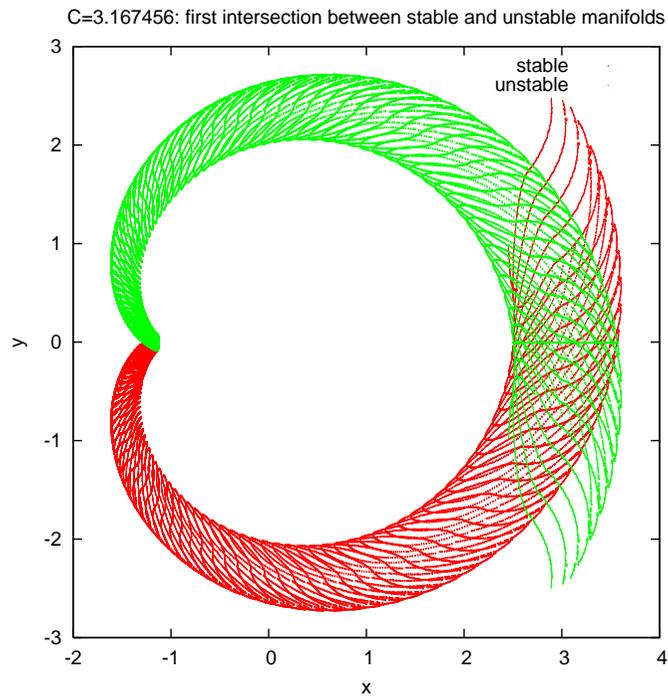
$$C = 3.144590$$



$$C = 3.171551$$

RTBP: retroalimentación

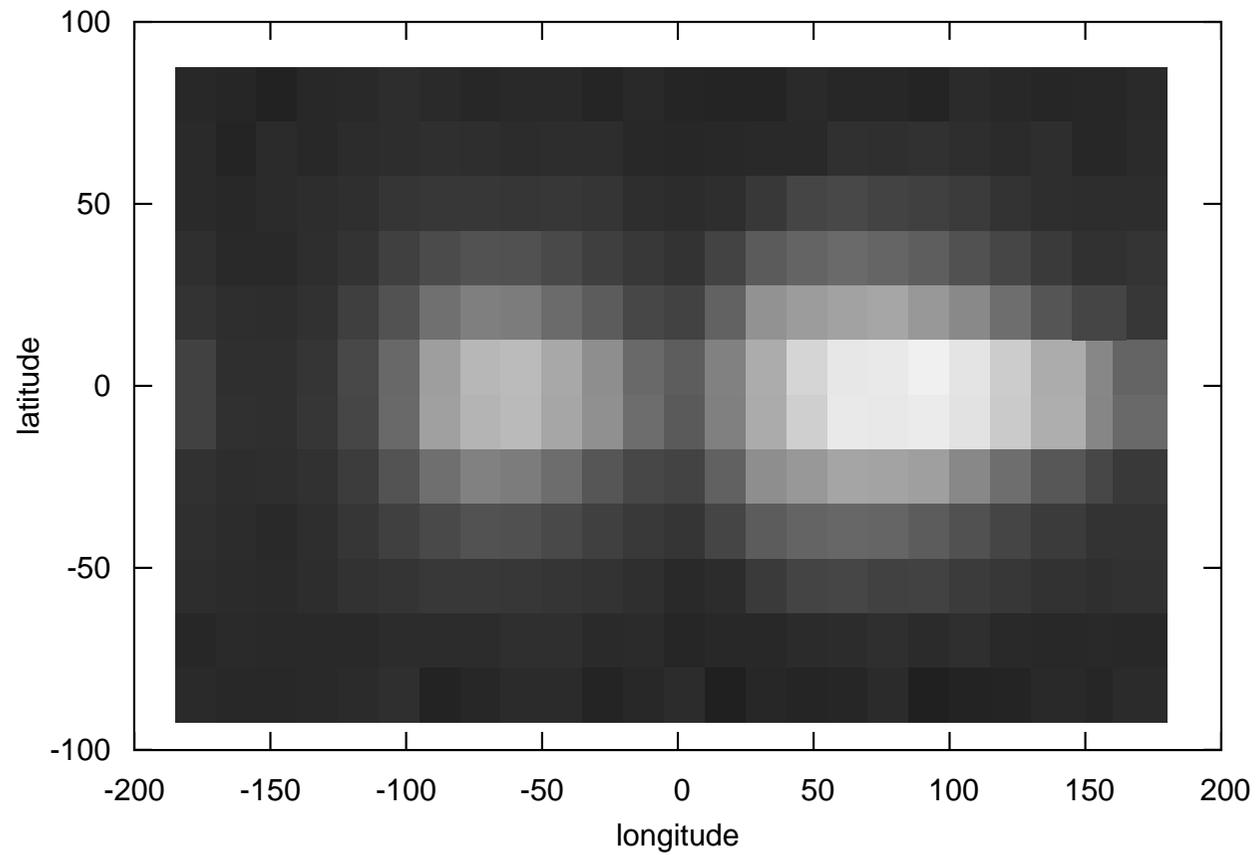
Conexiones homoclinas para alimentar el número de asteroides en el entorno Tierra-Luna.



RTBP: caso 3D

- *Representamos la variedad estable asociada a la variedad central alrededor de L_2 .*
- *Tomamos el recubrimiento dado por el producto de las variedades estables asociadas a las órbitas plana y vertical de Lyapunov para un cierto valor de C .*
- *Baja inclinación correspondiente a las condiciones iniciales consideradas.*

RTBP: densidad cráteres obtenida

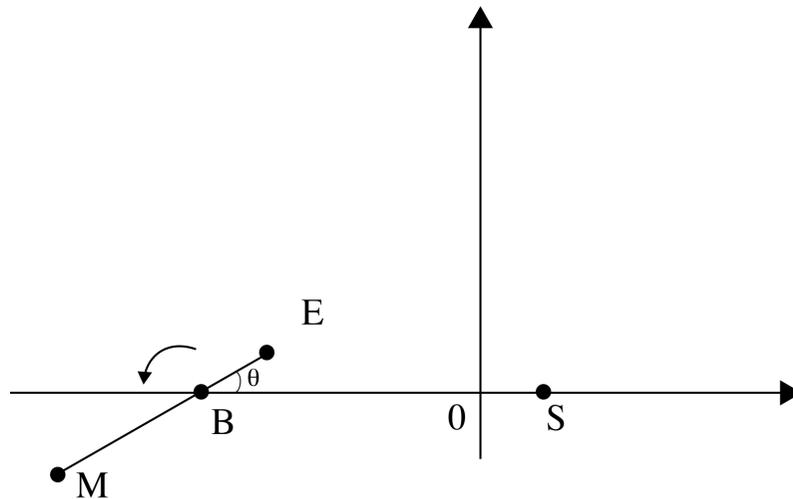


Plan futuro

- *Distribución no uniforme de condiciones iniciales.*
- *Entender cómo se puede llegar a la variedad considerada (¿variedades Sol-Marte?).*
- *Añadimos el efecto del Sol adoptando el problema bicircular.*
- *Enfoque estilo Monte Carlo vs enfoque estadístico.*
- *Comparación entre nuestros resultados y cráteres lunares de una misma edad o de una cierta región.*

BCP

- *Sol y baricentro Tierra-Luna fijos en el eje x .*
- *Tierra y Luna giran alrededor del correspondiente baricentro.*
- *Problema no autónomo: superficies de velocidad cero variables.*



BCP

Ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2\dot{y} + x - (1 - \mu) \frac{(x - \mu)}{r_S^3} - (x - \mu + 1) \left(\frac{m_E}{r_E^3} + \frac{m_M}{r_M^3} \right) + \\ &\quad + \frac{m_E m_M a_{EM}}{\mu} \cos(\theta - \theta_0) \left(\frac{1}{r_E^3} - \frac{1}{r_M^3} \right), \\ \dot{y} &= -2\dot{x} + y - (1 - \mu) \frac{y}{r_S^3} - y \left(\frac{m_E}{r_E^3} + \frac{m_M}{r_M^3} \right) + \\ &\quad + \frac{m_E m_M a_{EM}}{\mu} \sin(\theta - \theta_0) \left(\frac{1}{r_E^3} - \frac{1}{r_M^3} \right).\end{aligned}$$

Energía:

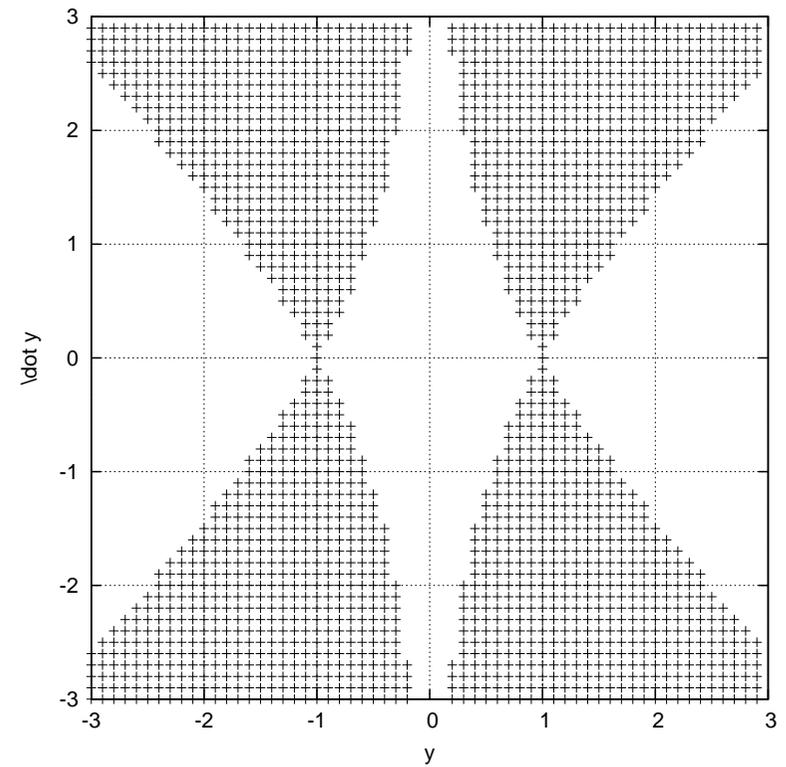
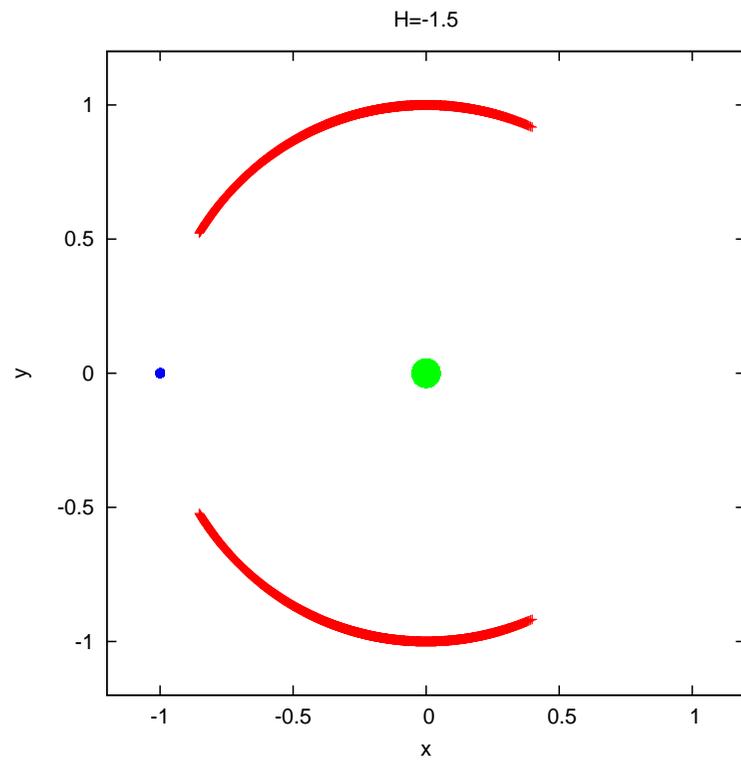
$$H = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{(1 - \mu)}{r_S} - \frac{m_E}{r_E} - \frac{m_M}{r_M}.$$

BCP

Idea:

- *partición en subregiones de una sección de Poincaré fijada;*
- *analizamos el comportamiento de cada subregión en términos estadísticos, construyendo matrices de transición:*
 - * *¿cuántos puntos se han movido de \mathcal{R}_i a \mathcal{R}_j ?*
 - * *¿en cuántos pasos?*

BCP



BCP

Cosas para investigar:

- *cómo aplicar cadenas de transición entre secciones distintas;*
- *cómo considerar la variación de energía;*
- *cómo considerar resonancias asteroide-Luna.*

?

